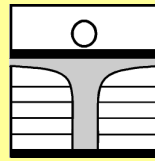




TU LIBEREC
Studentska 2
461 17 Liberec 1, CZ



HOCHSCHULE ZITTAU/GÖRLITZ
University of Applied Science
Theodor-Körner-Alle 16, D-02763 Zittau

**Fakulta mechatroniky, informatiky a
mezioborových studií**

**Fakultät Elektrotechnik und
Informatik**

Praktikumsanleitung

September 2011

BIOREACTOR / FERMENTER

Doc. Ing. Osvald Modrlák, CSc.
Dr.-Ing. Steffen Gärtner
Prof. Dr.-Ing. Frank Worlitz

Ústav řízení systémů a spolehlivost



INHALTSVERZEICHNIS

Seite

1.	Einleitung	2
2.	Versuchsbeschreibung.....	3
3.	Theoretische Prozessanalyse	4
3.1.	Vereinfachtes Schema	4
3.2.	Vereinfachungen für die Modellbildung	5
3.3.	Wärmebilanz.....	5
3.4.	Beharrungszustände.....	7
4.	Ableitung der Differentialgleichung	8
4.1.	Modellvariante mit Übertragungsfunktion $F(s) = T(s)/T_{IN}(s) = Z(s)/U(s)$	8
4.2.	Modellvariante mit einer nichtlinearen Differentialgleichung	10
5.	Aufgabenstellung	11
5.1.	Theoretische Prozessanalyse	11
5.2.	Erstellung des Modells mit MATLAB/SIMULINK	12
5.3.	Modellerweiterung.....	12
5.4.	Simulation und Verifikation des Modells.....	12
5.5.	Diskussion der Ergebnisse.....	12
6.	Literatur	13

1. EINLEITUNG

Die Biotechnik gewinnt zunehmend an Bedeutung. Biotechnologien stellen hohe technische Anforderungen an die verfahrenstechnische Anlage. Dem muss beim Entwurf und der Projektierung solcher komplexen Anlagen Rechnung getragen werden.

Die Biotechnologie ist ein anwendungsorientiertes, wissenschaftliches Tätigkeitsgebiet, das mit mikrobiologischen, biochemischen und gentechnologischen Methoden Mikroorganismen, Zellkulturen und Enzyme zur Stoffumwandlung, -neusynthese und -produktion nutzt. Bei allen biotechnologischen Verfahren werden stoffwechselphysiologische (biokatalytische) Leistungen biologischer Systeme durch geeignete technische Verfahren unter ökonomischen Aspekten nutzbar gemacht. Produkte und Verfahren der Biotechnologie finden traditionell vor allem in der Nahrungs- und Genussmittelindustrie, der Medizin und in der Landwirtschaft Anwendung, in den letzten Jahren zunehmend auch zur Lösung von Umweltproblemen.

Zu den wichtigsten Prozessen gehört die Fermentation in so genannten Bioreaktoren, auch Fermenter genannt. Unter Fermentation versteht man die Umsetzung von biologischen Materialien, die durch Enzyme katalysiert und durch Sauerstoffzug, Belüftung, Wärme, Licht oder Dunkelheit beeinflusst oder gelenkt wird. Fermentationen finden z.B. bei Gärungen oder bei der Käsebereitung statt. Ihr Arbeitsoptimum ist sehr eng begrenzt. Für viele Mikroorganismen liegt die optimale Temperatur zwischen 30-50 °C. Schon kleine Abweichungen können die Synthese ganz zum Erliegen bringen. Daraus folgt, dass eine Temperaturregelung eine der wichtigen Regelungsfunktionen bei der Fermentation ist. Die Wärmeenergie wird durch einen Heizwasserstrom eingebracht.

In diesem Versuch wird ein **wärmetechnisches Modell** eines Fermenters entwickelt. Als Beispiel dient der Fermenter im Projektierungslabor der HS Zittau/Görlitz. Im Anschluss daran wird das gefundene mathematische Modell in ein **Simulationsmodell** MATLAB überführt und Untersuchungen zum dynamischen Verhalten des Heizkreislaufes durchgeführt.

Zur **Verifikation** der Ergebnisse werden experimentell gewonnenen Daten verwendet. Im Anschluss erfolgt auf der Basis der ermittelten Struktur die **Projektierung** des Heizkreislaufes des Fermenters einschließlich aller Sensoren, Aktoren und dem Temperaturregler.

Die Ziele dieses Versuches lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- a) Entwicklung eines mathematischen nichtlinearen wärmetechnischen Modells zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens des Heizkreislaufes und anschließende Simulation mit MATLAB.
- b) Vergleichung der Simulationsergebnissen mit experimentell gemessenen Daten. Es sollen folgende mathematische Beschreibungen angewendet werden:
 - Modellvariante mit Übertragungsfunktion,
 - nichtlineare Differentialgleichung,
 - nichtlineares Zustandsmodell.
- c) Der Schwerpunkt der Programmierarbeit liegt in der Erstellung von SIMULINK Programme mit nichtlinearen Blöcken und der Steuerung des SIMULINK Programms durch ein MATLAB Programm.

2. VERSUCHSBESCHREIBUNG

Ein vereinfachtes Funktionsschema des Laborversuchsstandes mit der Strecke und einer Signaldarstellung ist im Bild 2.1 dargestellt. Es besteht aus einem gläsernen Fermentierbehälter **F** und einem Heizbehälter **H**, durch welches Heiz- oder Kühlwasser strömt. Durch warmes Wasser mit der Eingangstemperatur T_{IN} wird der Fermentierbehälter beheizt, durch kaltes Wasser abgekühlt. Das Heizwasser wird im Wärmeübertrager erwärmt.

Der Fermenter ist mit einer Vorrichtung zur Durchmischung (Rührwerk) **R**, einer Zuführung für Luft (Eingang **Air**, O_2) bzw. Nähr- und Impflösungen und Sensoren für Temperatur **T**, Niveau **L**, Sauerstoffgehalt pO_2 und pH-Wert **pH** ausgestattet. Eine Umlaufpumpe **P** liefert eine konstante Heizwasser- oder Kühlwassermenge.

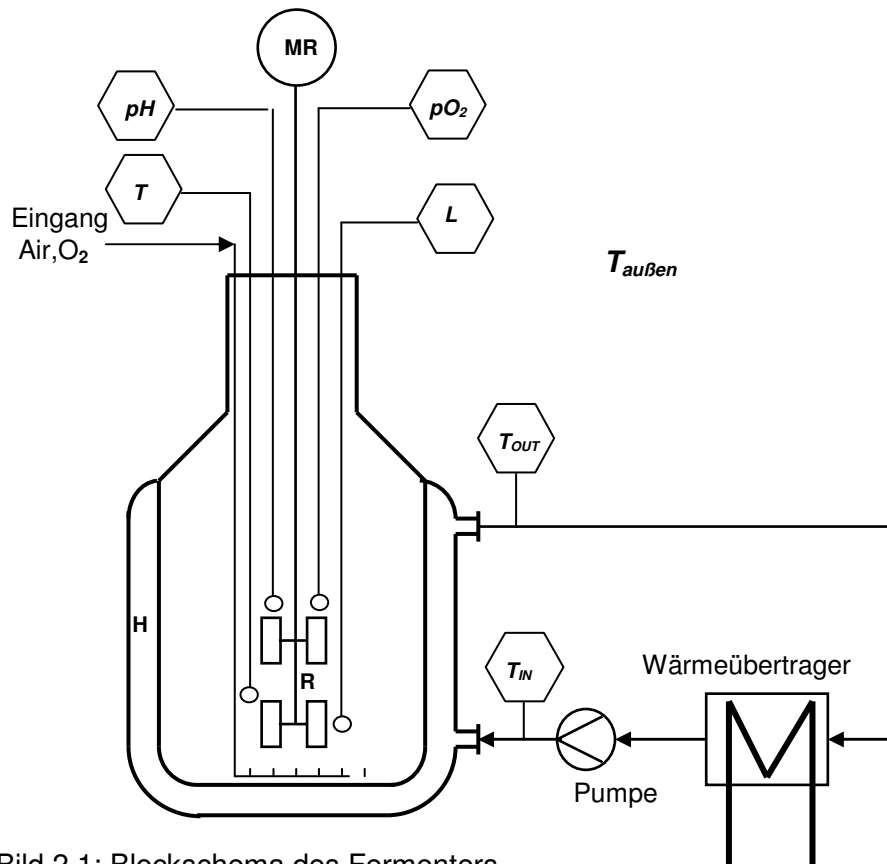


Bild 2.1: Blockschema des Fermenters

Signal- und Komponentenbeschreibung:

T_{IN}	$^{\circ}C$	Eintrittstemperatur des Heizwassers
T_{OUT}	$^{\circ}C$	Austrittstemperatur des Heizwassers
T	$^{\circ}C$	Temperatur der Fermentierladung
L	m	Höhe der Fermentierladung
pH	-	Signal der der pH -Elektrode
pO_2	%	Signal der der pO_2 -Elektrode
$T_{au\beta en}$	$^{\circ}C$	Außentemperatur
R		Rührwerk
MR		Motor des Rührwerkes
H		Hülle

3. THEORETISCHE PROZESSANALYSE

Auf der Basis einer theoretischen Prozessanalyse wird ein System von Differentialgleichung 1. Ordnung erstellt. Ausgangspunkt ist die Massen- und Energiebilanz. Diese Gleichungen bilden direkt die Zustandsbeschreibung im Zeitbereich.

3.1. Vereinfachtes Schema

Ein vereinfachtes Schema des Fermenters, das zur Wärmebilanz benutzt wird, zeigt Bild 3.1. Die Fermentierladung wird durch Heizwasser erwärmt indem durch den Heizbehälter das Heizwasser mit dem Massendurchfluss $M(t)$ und der Eintrittstemperatur $T_{IN}(t)$ strömt. Am Ausgang ist die Heizwassertemperatur $T_{OUT}(t)$. Dadurch erwärmt sich die Fermentierladung auf eine Temperatur $T(t)$. Die Temperatur der Fermentierladung $T(t)$ kann durch Veränderung des Massendurchflusses $M(t)$ und durch die Eintrittstemperatur $T_{IN}(t)$ beeinflusst werden. Das Schema enthält die Bezeichnungen der Innen- und Außenwand für die Modellbildung mit dem Einfluss der Außentemperatur und der Kapazität der Wände.

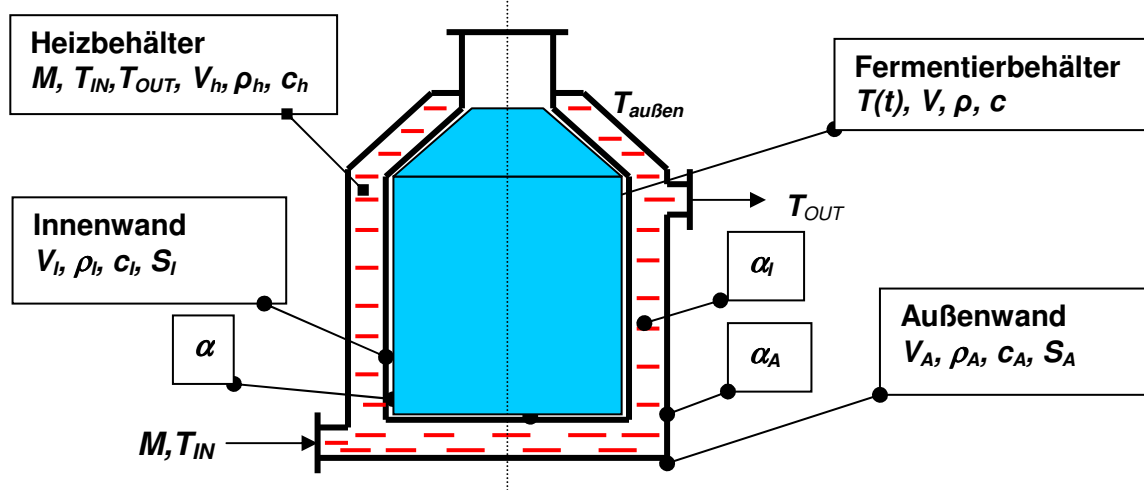


Bild 3.1: Das vereinfachte Schema des Fermenters

T_{IN}	$^{\circ}\text{C}$	Eintrittstemperatur des Heizwassers
T_{OUT}	$^{\circ}\text{C}$	Austrittstemperatur des Heizwassers
T	$^{\circ}\text{C}$	Temperatur der Fermentierladung
V	m^3	Volumen des Fermentierbehälters
c	$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	spezifische Wärmekapazität der Fermentierladung
ρ	kg/m^3	Dichte der Fermentierladung
S	m^2	Fermentierbehälterfläche, die vom Heizwasser berührt wird
M	kg/s	Massendurchfluss des Heizwassers
V_h	m^3	Volumen des Heizbehälters
c_h	$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	spezifische Wärmekapazität des Heizwassers
ρ_h	kg/m^3	Dichte des Heizwassers
α	$\text{W}/\text{K}\cdot\text{m}^2$	Wärmeübergangszahl zwischen Heizwasser und der Fermentierladung
<hr/>		
V_A, V_I	m^3	Volumen der Außenwand, Innenwand
S_A, S_I	m^2	Fläche der Außenwand, Innenwand
c_A, c_I	$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	spezifische Wärmekapazität der Außenwand, Innenwand
ρ_A, ρ_I	kg/m^3	Dichte der Außenwand, Innenwand
$T_{\text{außen}}$	$^{\circ}\text{C}$	Raumtemperatur
α_A	$\text{W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$	Wärmeübergangszahl zwischen Raumluft und Außenwand
α_I	$\text{W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$	Wärmeübergangszahl zwischen Wasser und Innen- und Außenwand

3.2. Vereinfachungen für die Modellbildung

Für die Modellierung wird folgendes vorausgesetzt:

1. Das System wird als System mit konzentrierten Parametern betrachtet.
2. Ideale Wärmeisolierung der Anlage.
3. Ideale Mischung im Fermentierbehälter, die Temperatur im Fermentierbehälter ist die Temperatur $T(t)$.
4. Ideale Mischung im Heizwasserbehälter, die Temperatur im Heizwasserbehälter ist die Temperatur $T_{OUT}(t)$.
5. Die Wärmekapazität der Wand zwischen Heizwasserbehälter und Fermentierbehälter wird vernachlässigt.

3.3. Wärmebilanz

Allgemein kann man die Wärmebilanz in folgender Form schreiben

$$\left[\begin{array}{l} \text{Zeitliche Veränderung der} \\ \text{gespeicherten Wärmeenergie} \end{array} \right] = [\text{zugeführte Wärmeleistung}] - [\text{abgeführte Wärmeleistung}],$$

dies entspricht der Gleichung:

$$\frac{dW(t)}{dt} = P_{IN} - P_{OUT} \quad (3-1)$$

mit: $W(t)$ gespeicherte Wärmeenergie in $Ws = J$
 P_{IN} zugeführte Wärmeleistung in W
 P_{OUT} abgeführte Wärmeleistung in W

Unter den Voraussetzungen 1 - 5 kann die Wärmebilanz nur auf den Heizbehälter und auf den Fermenter beschränkt werden. Daraus folgt, dass die gespeicherte Wärmeenergie für Heizwasser- und Fermentierbehälter berechnet werden kann. Für den Fermentierbehälter gilt:

$$W = W(t) = c \cdot \rho \cdot V \cdot T(t) \quad (3-2)$$

und für die gespeicherte Wärmeenergie des Heizwasserbehälters ergibt sich:

$$W_h = W_h(t) = c_h \cdot \rho_h \cdot V_h \cdot T_{OUT}(t) \quad (3-3)$$

mit:

c, c_h spezifische Wärmekapazität des Heizwassers
und der Fermentierladung in $J/(kg \cdot K)$
 ρ, ρ_h spezifische Dichte des Heizwassers
und der Fermentierladung in kg/m^3
 V, V_h Volumen des Heizwasser- und Fermentierbehälters in m^3
 $T_{OUT}(t), T(t)$ Temperatur des Heizwassers und der Fermentierladung in $^{\circ}C$.

Nun lässt sich die Wärmebilanz für die Fermentierladung in folgender Form schreiben:

$$\frac{d}{dt} [c \cdot \rho \cdot V \cdot T(t)] = \alpha \cdot S \cdot [T_{OUT}(t) - T(t)] \quad (3-4)$$

Die Wärmebilanz für den Heizwasserbehälter ergibt sich:

$$\frac{d}{dt} [c_h \cdot \rho_h \cdot V_h \cdot T_{OUT}(t)] = M(t) \cdot c_h \cdot [T_{IN}(t) - T_{OUT}(t)] + \alpha \cdot S \cdot [T(t) - T_{OUT}(t)] \quad (3-5)$$

- mit: α Wärmeübergangszahl Heizwasser/ Fermentierladung in W/(K·m²)
 S wasserberührte Fläche des Heizwasserbehälters in m²
 $M(t)$ Heizwassermassendurchfluss kg/s
 $T_{IN}(t)$ Heizwassereintrittstemperatur °C

Durch das Umformen der Gleichungen (3-4, 5) ergibt sich ein System von 2 Differentialgleichungen 1. Ordnung:

$$\frac{d}{dt} T(t) = -\frac{\alpha S}{c \rho V} T(t) + \frac{\alpha S}{c \rho V} T_{OUT}(t) \quad (3-6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} T_{OUT}(t) = \\ = \frac{\alpha S}{c_h \rho_h V_h} T(t) - \frac{\alpha S}{c_h \rho_h V_h} T_{OUT}(t) - \frac{c_h}{c_h \rho_h V_h} M(t) \cdot T_{OUT}(t) + \frac{c_h}{c_h \rho_h V_h} M(t) \cdot T_{IN}(t). \end{aligned} \quad (3-7)$$

Das Differentialgleichungs-System ist **nichtlinear** und enthält zwei Eingangsfunktion $M(t)$ und $T_{IN}(t)$. Die Erregungsgrößen sind:

- der Heizwasserstrom $u_1(t) = M(t)$ und
 die Eintrittstemperatur des Heizwassers $u_2(t) = T_{IN}(t)$

Das gefundene mathematische Fermentermodell hat allgemein zwei Eingänge und zwei Ausgänge, ein Blockschema zeigt Bild 3.2.



Bild 3.2: Blockschema des Fermentermodells

Der Heizwasserstrom kann durch ein Regelventil verändert werden, die Eintrittstemperatur des Heizwassers kann in einer Heizvorbereitungsanlage erwärmt werden. Wenn eine Veränderung der Eintrittstemperatur des Heizwassers $T_{IN}(t)$ nicht beeinflusst werden kann, wird diese als eine nichtmessbare Störung $d(t) = T_{IN}(t)$ betrachtet.

Modellparameter

Die Simulationsberechnung des mathematischen Modells des Fermenters soll mit Parametern durchgeführt werden, die in der Tabelle 3-1 gegeben sind. In der Tabelle 3-2 sind die Parameter der Außen- und Innenwände angegeben.

V m ³	c J/(kg·K)	ρ kg/m ³	V_h m ³	c_h J/(kg·K)	ρ_h kg/m ³	Parameter
0,01	2512	787	0,00325	4187	1000	Wert

S m ²	α W/(K·m ²)	M kg/s	T_{IN} °C	Parameter
0,238	soll gefunden werden	0,1	40°C	Wert

Tabelle 3-1: Modellparameter des Fermenters

V_A m ³	c_A J/(kg·K)	ρ_A kg/m ³	V_I m ³	c_I J/(kg·K)	ρ_I kg/m ³	$T_{au\beta en}$ °C	Parameter
0,0007	860	2500	0,0006	860	2500	20°C	Wert

S_I m ²	α_I W/(K·m ²)	S_A m ²	α_A W/(K·m ²)	Parameter
0,238	soll gefunden werden	0,281	soll gefunden werden	Wert

Tabelle 3-2: Modellparameter der Außen- und Innenwände des Fermenters

3.4. Beharrungszustände

Für die Beharrungszustände müssen bei konstanten Eingangsgrößen $M(\infty), T_{IN}(\infty)$ alle Zeitableitungen nach der Zeit gleich Null sein. Folgende Bedingungen müssen daher erfüllt werden:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d}{dt} T(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d}{dt} T_{OUT}(t) = 0$$

Aus den Gleichungen (3-4, 5) folgt:

$$T(\infty) = T_{OUT}(\infty), \tag{3-8}$$

$$T_{OUT}(\infty) = \frac{\alpha S}{\alpha S + M(\infty)c} T(\infty) + \frac{M(\infty)c}{\alpha S + M(\infty)c} T_{IN}(\infty) \tag{3-9}$$

Durch Lösung dieser Gleichungen erhalten wir:

$$T(\infty) = T_{IN}(\infty) = T_{OUT}(t) \tag{3-10}$$

4. ABLEITUNG DER DIFFERENTIALGLEICHUNG

Nehmen wir an, dass der Heizwasserstrom oder die Eintrittstemperatur konstant gehalten werden kann. Dann bekommen wir zwei Modellvarianten:

- Modellvariante mit Übertragungsfunktion,
- Modellvariante mit einer nichtlinearen Differentialgleichung.

4.1. Modellvariante mit Übertragungsfunktion $F(s) = T(s)/T_{IN}(s) = Z(s)/U(s)$

Unter der Voraussetzung, dass der Heizwasserstrom $M(t)$ konstant ist und die Eintrittstemperatur $T_{IN}(t)$ verändert werden kann, werden die Gleichungen (3-6,7) folgende Form bekommen:

$$\frac{d}{dt}T(t) = -\frac{\alpha \cdot S}{c \cdot \rho \cdot V}T(t) + \frac{\alpha \cdot S}{c \cdot \rho \cdot V}T_{OUT}(t) \quad (4-1)$$

$$\frac{d}{dt}T_{OUT}(t) = \frac{\alpha \cdot S}{c_h \rho_h V_h}T(t) - \frac{\alpha \cdot S + M \cdot c_h}{c_h \rho_h V_h}T_{OUT}(t) + \frac{M \cdot c_h}{c_h \rho_h V_h}T_{IN}(t). \quad (4-2)$$

Für die Vereinfachung führen wir folgende Bezeichnungen ein:

$$y = T, \quad x = T_{OUT}, \quad u = T_{IN}$$

$$a_1 = \frac{\alpha \cdot S}{c \rho V}, \quad b_1 = \frac{\alpha \cdot S}{c_h \rho_h V_h}, \quad b_2 = \frac{\alpha \cdot S + M \cdot c_h}{c_h \rho_h V_h}, \quad b_3 = \frac{M \cdot c_h}{c_h \rho_h V_h}$$

Die Differentialgleichungen (4-1) und (4-2) werden dann folgende Form bekommen:

$$y'(t) = -a_1 y(t) + a_1 x(t) \quad \rightarrow \quad x(t) = \frac{1}{a_1} (y'(t) + a_1 y(t)) \quad (4-3)$$

$$x'(t) = b_1 y(t) - b_2 x(t) + b_3 u(t) \quad (4-4)$$

Unsere Aufgabe ist es, das mathematisches Modell für die Berechnung der Temperatur der Fermentierladung $y = T(t)$ zu finden. Es ist zuerst nötig aus den Gleichungen (4-3, 4) die Heizwassertemperatur $x = T_{OUT}(t)$ zu eliminieren. Die Elimination wird wie folgt durchgeführt:

Zuerst wird die 2. Ableitung $y''(t)$ gebildet:

$$y''(t) = -a_1 y'(t) + a_1 x'(t) \quad (4-5)$$

In die Gleichung (4-5) wird $x'(t)$ aus der Gleichung (4-4) eingesetzt:

$$y''(t) = -a_1 y'(t) + a_1 x'(t) = -a_1 y'(t) + a_1 [b_1 y(t) - b_2 x(t) + b_3 u(t)] \quad (4-5a)$$

Die Variable $x(t)$ wird aus der Gleichung (4-3) berechnet. Es ergibt sich:

$$y''(t) + (a_1 + b_2)y'(t) + (a_1 b_2 - a_1 b_1)y(t) = a_1 b_3 \cdot u(t) \quad (4-6)$$

Wenn folgende Bezeichnung eingeführt wird:

$$\alpha_1 = (a_1 + b_2), \alpha_0 = (a_1 b_2 - a_1 b_1), \beta_0 = a_1 b_3,$$

dann ist es möglich eine lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung zu schreiben:

$$y''(t) + \alpha_1 y'(t) + \alpha_0 y(t) = \beta_0 u(t) \tag{4-7}$$

Übertragungsfunktion

Wenn die Laplace - Transformation auf die Differentialgleichung (4-7) mit Null-Anfangsbedingungen angewendet wird, dann ergibt sich:

$$Y(s)(s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0) = \beta_0 U(s),$$

mit: $Y(s) = L\{y(t)\}; U(s) = L\{u(t)\}$

Die Bildfunktion des Ausgangssignals ist gleich:

$$Y(s) = F_{yu}(s) \cdot U(s) = \frac{\beta_0}{(s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0)} U(s), \tag{4-8}$$

mit: $F_{yu}(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\beta_0}{(s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0)} = \frac{T(s)}{T_{IN}(s)}$,

$F_{yu}(s)$ Übertragungsfunktion, welche die dynamische Wirkung der Stellgröße $u(t)$ mit Rücksicht zur Ausgangsgröße $y(t)$ approximiert

Das Blockschema des Fermenter- Modells ist im Bild 4.1 dargestellt.

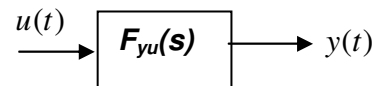


Bild 4.1: Lineares Model des Fermenters

Die Parameter für die Simulationsberechnung nach diesem vereinfachten mathematischen Modell sind in den Tabellen 3-1 angegeben. Der Massenstrom **M muss konstant** sein und T_{IN} ist gegeben.

Bemerkung

Ähnlich ist es möglich die Ausgangstemperatur des Heizwassers T_{OUT} zu berechnen. Dann muss die Temperatur $y = T(t)$ eliminiert werden. Es gilt

$$y'(t) = -a_1 y(t) + a_1 x(t)$$

$$x'(t) = b_1 y(t) - b_2 x(t) + b_3 u(t) \rightarrow y(t) = \frac{1}{b_1} [x'(t) + b_2 x(t) - b_3 u(t)]$$

$$x''(t) = b_1 y'(t) - b_2 x'(t) + b_3 u'(t) = b_1 \cdot [-a_1 y(t) + a_1 x(t)] - b_2 x'(t) + b_3 u'(t)$$

$$x''(t) = -a_1 b_1 \frac{1}{b_1} [x'(t) + b_2 x(t) - b_3 u(t)] + b_1 a_1 x(t) - b_2 x'(t) + b_3 u'(t)$$

$$x''(t) = -(a_1 + b_2) x'(t) - (a_1 b_2 - b_1 a_1) x(t) + b_3 u'(t) + a_1 b_3 u(t)$$

Wenn wieder folgende Bezeichnung eingeführt wird:

$$\alpha_1 = (a_1 + b_2), \alpha_0 = (a_1 b_2 - a_1 b_1), \beta_0 = a_1 b_3, \beta_1 = b_3,$$

dann ist es wieder möglich eine lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung zu schreiben:

$$x''(t) + \alpha_1 x'(t) + \alpha_0 x(t) = \beta_0 u(t) + \beta_1 u'(t)$$

Die Übertragungsfunktion ist dann gleich

$$F_{xu}(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{\beta_1 s + \beta_0}{(s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0)} = \frac{T_{OUT}(s)}{T_{IN}(s)} \tag{4-8a}$$

Zu betonen ist die Tatsache, dass beide Übertragungsfunktionen (4-8) und (4.8a) dieselbe charakteristische Gleichung haben. Sie unterscheiden sich nur im Zähler.

4.2. Modellvariante mit einer nichtlinearen Differentialgleichung

Wir setzen voraus, dass die Eintrittstemperatur des Heizwassers konstant bleibt $T_{IN}(t) = konst.$ und der Heizwasserstrom $M(t)$ mit Hilfe eines Reglerventils verändert werden kann. Unter dieser Voraussetzung haben die Gleichungen (3-6, 7) folgende Form:

$$\frac{d}{dt} T(t) = -\frac{\alpha S}{c \rho V} T(t) + \frac{\alpha S}{c \rho V} T_{OUT}(t) \tag{4-9}$$

$$\frac{d}{dt} T_{OUT}(t) = \frac{\alpha S}{c_h \rho_h V_h} T(t) - \frac{\alpha S}{c_h \rho_h V_h} T_{OUT}(t) - [T_{OUT}(t) - T_{IN}] \cdot \frac{c_h}{c_h \rho_h V_h} M(t) \tag{4-10}$$

Mit den Bezeichnungen:

$$y = T, \quad x = T_{OUT}, \quad u = M$$

$$a_1 = \frac{\alpha \cdot S}{c_p V}, \quad b_1 = \frac{\alpha \cdot S}{c_h \rho_h V_h}, \quad b_0 = \frac{c_h}{c_h \rho_h V_h}$$

lassen sich die Differentialgleichungen (4-9) und (4-10) folgendermaßen schreiben:

$$y'(t) = -a_1 y(t) + a_1 x(t) \quad (4-11)$$

$$x'(t) = b_1 y(t) - b_1 x(t) - b_0 [x(t) - T_{IN}] \cdot u(t) \quad (4-12)$$

Die Substitution wird wie folgt durchgeführt: Zuerst wird die 2. Ableitung von $y(t)$ gebildet:

$$y''(t) = -a_1 y'(t) + a_1 x'(t). \quad (4-13)$$

In die Gleichung (4-13) wird $x'(t)$ aus der Gleichung (4-12) und $x(t)$ aus der Gleichung (4-11) eingesetzt. Es ergibt sich:

$$y''(t) = -y'(t) \cdot (a_1 + b_1) - b_0 [y'(t) + a_1 y(t)] \cdot u(t) + b_0 a_1 T_{IN} \cdot u(t). \quad (4-14)$$

Es handelt sich um eine **nicht lineare Differentialgleichung, Die Übertragungsfunktion ist nicht definiert.**

Wie bereits erwähnt soll die Simulationsberechnung dieses vereinfachten mathematischen Fermentermodells mit Parametern durchgeführt werden, die in den Tabellen 3-1 gegeben sind.

5. AUFGABENSTELLUNG

5.1. Theoretische Prozessanalyse

Führen Sie die theoretische Prozessanalyse durch, und erklären Sie die in der Anleitung vorgegebenen Differentialgleichungen. Leiten Sie ein Modell ab für:

- 1) **zeitliche Veränderung beider Eingänge,**
- 2) **Eintrittstemperatur ist konstant, Heizwasserstrom verändert sich.**
- 3) **Als Parameter sind die Wärmeübergangszahlen Heizwasser/ Fermentierladung α (α_h, α_A) zu variieren.**

5.2. Erstellung des Modells mit MATLAB/SIMULINK

Erstellen Sie die Modelle in der MATLAB Umgebung. Prinzipiell wird ein Simulationsprogramm in SIMULINK geschrieben, das durch ein MATLAB Programm gesteuert wird. Das bedeutet, dass alle notwendige Parameterberechnungen und Programmsteuerungen im MATLAB programmiert werden.

- 1) *Schreiben Sie schrittweise ein SIMULINK Programm für die Übertragungsfunktion (4-8).*
- 2) *Schreiben Sie schrittweise ein SIMULINK Programm für die nichtlineare Differentialgleichung (4-14).*
- 3) *Schreiben Sie schrittweise ein SIMULINK Programm für die nichtlineare Zustandsgleichungen (3-6), (3-7).*
- 4) *Kontrollieren Sie die Beharrungszustände und erklären Sie physikalisch die Ergebnisse.*
- 5) *Berechnen Sie die Temperaturverläufe für die gegebenen Eingangssignale.*

5.3. Modellerweiterung

Entwerfen Sie eine Modellvarianten mit Berücksichtigung der Wärmekapazität der Wand zwischen Heizwasserbehälter und Fermentierbehälter.

Die notwendigen Parameter sind in Tabelle 3-2 angegeben.

5.4. Simulation und Verifikation des Modells

Die Simulationsberechnung soll mit den Parametern durchgeführt werden, die in den Tabellen 3-1 gegeben sind. Überprüfen Sie die Sinnfälligkeit der Simulationsergebnisse und optimieren Sie gegebenenfalls die Parameter.

5.5. Diskussion der Ergebnisse

Als Protokoll sind vorzulegen:

- 1) *Entwickelte Programme/Modelle in MATLAB und SIMULINK,*
- 2) *Modellverifikation und Simulationsergebnisse,*
- 3) *Zeitverläufe der wichtigsten Ein- und Ausgänge,*
- 4) *Diskussion der Ergebnisse.*

6. LITERATUR

- [1] FÖLLINGER, O.: Regelungstechnik. Heidelberg, Hüthig, 1984, 4. Auflage
- [2] UNBEHAUEN, H.: Regelungstechnik I. Vieweg & Sohn GmbH, Braunschweig/ Wiesbaden, 1992
- [3] REINISCH, K.: Kybernetische Grundlagen und Beschreibung kontinuierlicher Systeme. VEB Verlag Technik, Berlin, 1974
- [4] GRACE, A; LAUB, J.A.; LITTLE, J.N.; THOMPSON, C.M.: Control System Toolbox. For Use with MATLAB. User's Guide. The Math Works, Inc., 1995
- [6] HOFFMANN, J.: MATLAB und SIMULINK. Beispielorientierte Einführung in die Simulation dynamischer Systeme. Addison-Wesley Longman Verlag, 1998
- [7] MODRLAK, O.: Kurze Einführung in MATLAB
http://www.fm.vslib.cz/~krt/krt_cz/projektovani/Einfuehrung_MATLAB.pdf
- [8] MODRLAK, O.-WORLDIZ, F.: MATLAB Anwendung in der Regelungstechnik
http://www.fm.vslib.cz/~krt/krt_cz/projektovani/MATLAB_Anwendung.pdf
- [9] HAMPEL, R.: Begleitmaterial zur Vorlesung Prozeßautomatisierung. Hochschule für Technik, Wirtschaft und Sozialwesen Zittau/Görlitz. FB Elektrotechnik, FG Meßtechnik/Prozeßautomatisierungstechnik, 1997
- [10] GOCHT, U.; HAMPEL, R.: Arbeitsmaterialien für Vorlesung Prozeßautomatisierung. Hochschule für Technik, Wirtschaft und Sozialwesen Zittau/Görlitz. FB Elektrotechnik, FG Meßtechnik/Prozeßautomatisierungstechnik, 1998
- [11] Deutsche Norm DIN 19221 Regelungstechnik und Steuerungstechnik Formelzeichen. DK 62-52/-53: 003.62, Mai 1993.
- [12] Deutsche Norm DIN 19227 Graphische Symbole und Kennbuchstaben für die Prozesstechnik. DK 62-52/-53: 003.62, Mai 1993.