Effektivwert sinusförmiger Wechselgrößen

Schreibweise: $I_{eff} = I$; $U_{eff} = U$

<u>Definition:</u>

äquivalenter Wert, der in einer definierten Zeit T in einem ohmschen Widerstand R die gleiche Energie umsetzt wie in ein Gleichstrom bzw. eine Gleichspannung.

für Gleichgröße gilt: $W_{=} = I^2 \cdot R \cdot T = \frac{U^2}{R} \cdot T$

für Wechselgröße gilt: $W_{\approx} = \int_t^{t+T} i^2(t) \cdot R dt = \int_t^{t+T} \frac{u^2(t)}{R} dt$

mit $W_{=} = W_{\approx} \Rightarrow I^2 \cdot R \cdot T = R \cdot \int_t^{t+T} i^2(t) dt \Rightarrow I^2 = I_{eff}{}^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_t^{t+T} i^2(t) dt$

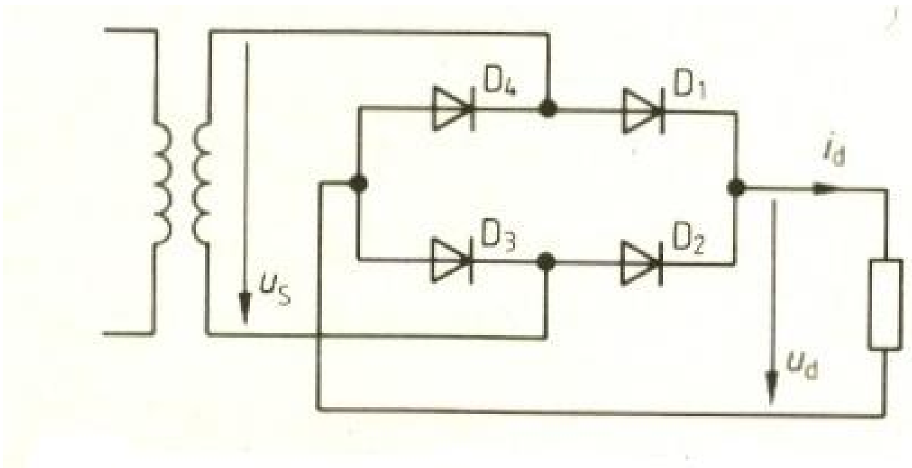
$$\Rightarrow I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_t^{t+T} i^2(t) dt}$$

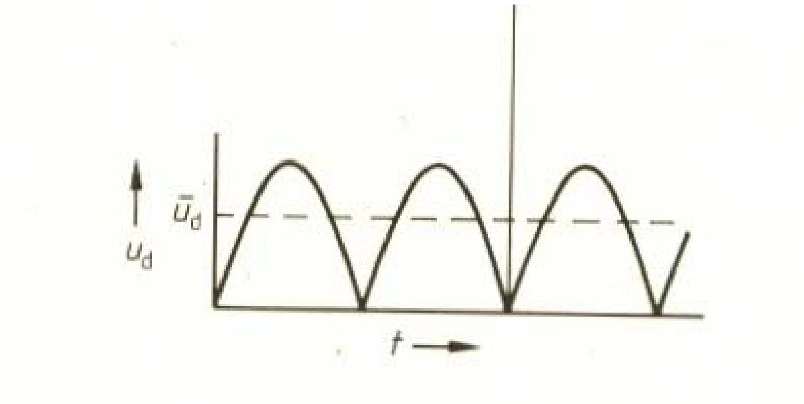
bzw.

$$\Rightarrow U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_t^{t+T} u^2(t) dt}$$

Gleichrichtwert

Beispiel: Erzeugung einer Gleichspannung mit einer Brückenschaltung





Gleichrichtwert: arithmetischer Mittelwert des Betrages von u(t)

$$|\overline{u}| = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} |u(t)| dt$$

$$|\overline{u}| = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} |\hat{u} \cos \omega t| dt = 4 \cdot \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{4}} \hat{u} \cos \omega t$$

$$|\overline{u}| = \frac{4}{T} \cdot \frac{\hat{u}}{\omega} \cdot (\sin \frac{\omega T}{4} - \sin 0)$$

mit $\omega T = 2\pi$ folgt: $$|\overline{u}| = \frac{2}{\pi} \hat{u} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot U \approx 0{,}9U$$

bzw. $$\frac{U}{|\overline{u}|} \approx 1{,}11$$ (Formfaktor)

Berechnung von Wechselstromkreisen im Zeitbereich- Berechnungsgrundlagen

- Schaltungsanalyse (z, k, m)

- Gesetzmäßigkeiten

  Knotensatz $\sum_{\mu=1}^{\mu=n} i_\mu = 0$ und Maschensatz $\sum u_\nu = 0$

- Strom-Spannungsverhalten der Bauelemente

$$u_R = i_R \cdot R \qquad u_C = \frac{1}{C}\int i_C \cdot dt \qquad u_L = L\frac{di_L}{dt}$$

- Verwendung von Spannungsquellen u_q oder Stromquellen i_k

- Rechenoperationen mit sinusförmigen Größen

- Addition/ Subtraktion $u_1(t) + u_2(t) = u_3(t)$, $i_1(t) - i_2(t) = i_3(t)$

- Multiplikation mit einem konstanten Faktor $u(t) = (R_1 + R_2) \cdot i(t)$

- Differentiation, Integration $i_C = C\frac{du_C}{dt}$, $i_L = \frac{1}{L}\int u_L \cdot dt$

Schreibweisen komplexer Größen

algebraische oder Komponentenform (*R-Form*)	$\underline{\hat{x}} = a + jb = \mathrm{Re}\{\underline{\hat{x}}\} + j\,\mathrm{Im}\{\underline{\hat{x}}\}$
Trigonometrische Form	$\underline{\hat{x}} = \hat{x} \cdot (\cos\varphi_x + j\sin\varphi_x)$
Exponentialform (*P-Form*)	$\underline{\hat{x}} = \hat{x} \cdot e^{j\varphi_x}$
vereinfachte *P-Form* mit Versorzeichen	$\underline{\hat{x}} = \hat{x}\angle\varphi_x$
Zusammenhänge	$\hat{x} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(\mathrm{Re}\{\underline{\hat{x}}\}^2 + \mathrm{Im}\{\underline{\hat{x}}\}^2)}$ $a = \mathrm{Re}\{\underline{\hat{x}}\} = \hat{x} \cdot \cos\varphi_x$ $b = \mathrm{Im}\{\underline{\hat{x}}\} = \hat{x} \cdot \sin\varphi_x$ $\varphi_x = \arctan\frac{b}{a} = \arctan\frac{\mathrm{Im}\{\underline{\hat{x}}\}}{\mathrm{Re}\{\underline{\hat{x}}\}}$ $e^{j\varphi_x} = \cos\varphi_x + j\sin\varphi_x$

Komplexe Schaltungsberechnung
Transformationsvorschrift

1. Spannungen und Ströme als komplexe Zeigergrößen $\underline{U}$ bzw. $\underline{I}$ in das Netzwerk eintragen.

2. Schaltelemente als komplexe Widerstands- ($\underline{Z}$) bzw. Leitwertoperatoren ($\underline{Y}$) eintragen.

$$\underline{Z}_R = R; \quad \underline{Z}_L = jX_L; \quad \underline{Z}_C = -jX_C$$

3. Netzwerksberechnung mit komplexen Größen
   Maschensatz, Knotensatz, ohmsches Gesetz,
   Lösung des komplexen Gleichungssystems

(4) ggf. Rücktransformation der komplexen Spannungen und Ströme in den Zeitbereich

Anwendung der Vorschrift an Beispielen

Zeigerbilder komplexer Größen

Praktische Bedeutung

- anschauliche Darstellung der $\underline{U}$ - $\underline{I}$ - Zusammenhänge einer Schaltung

- direkter Entwurf des Zeigerbildes aus dem Gleichungssystem bzw. der Schaltung ohne vorangegangene komplexe Rechnung

- Übertragung praktischer Messungen (i. Allg. nur Beträge) in ein Zeigerbild

qualitativer Entwurf $\Rightarrow$ für Überblick

quantitativer Entwurf $\Rightarrow$ für Ermittlung der Beträge und Winkel der Ströme und Spannungen

Entwurfsregeln

am ohmschen Widerstand	$\underline{U}$ und $\underline{I}$ sind phasengleich
an der Induktivität	$\underline{U}$ eilt $\underline{I}$ um 90° voraus
an der Kapazität	$\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ um 90° voraus
Verschiebung der Zeiger	beliebig parallel im Bild
Verknüpfung der Zeiger	Addition und Subtraktion wie bei Vektoren

Praktische Hinweise

- mit Zeigergröße ($\underline{U}$, $\underline{I}$) beginnen, die im Inneren der Schaltung liegt und gemeinsame Größe für mindestens 2 Schaltelemente ist (z.B. Spannung einer Parallelschaltung)

- erste Größe auf reelle Achse legen

- Maßstabsfaktor m_U (z.B. 2cm/10V) bzw. m_I (z.B. 4cm/A) wählen

- wenn Maßstab für Anfangszeiger nicht vorgegeben werden kann, dann willkürlich wählen und nach Abschluss des Zeigerbildes korrigieren (gültig für lineare Netzwerke)