Ortskurven

Grundlage:

Darstellung komplexer Zeiger, z.B. Widerstandsoperator $\underline{Z}$. Komplexer Zeiger kann eine reelle veränderliche Größe, z.B. Frequenz enthalten, d.h. $\underline{Z}(\omega)$.

Definition:

Als Ortskurve bezeichnet man die Darstellung einer komplexen Netzwerksfunktion $\underline{A}(p)$, die von einer reellen Veränderlichen p abhängt, in der komplexen Ebene.

In der Verbindungslinie der variablen Zeiger entsteht ein Kurvenzug (Ortskurve) in der komplexen Ebene.

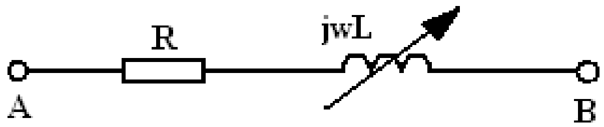
Allgemeine Zusammenhänge:

R-Form: $\underline{A(p)} = \mathrm{Re}\{\underline{A(p)}\} \pm j\,\mathrm{Im}\{\underline{A(p)}\}$

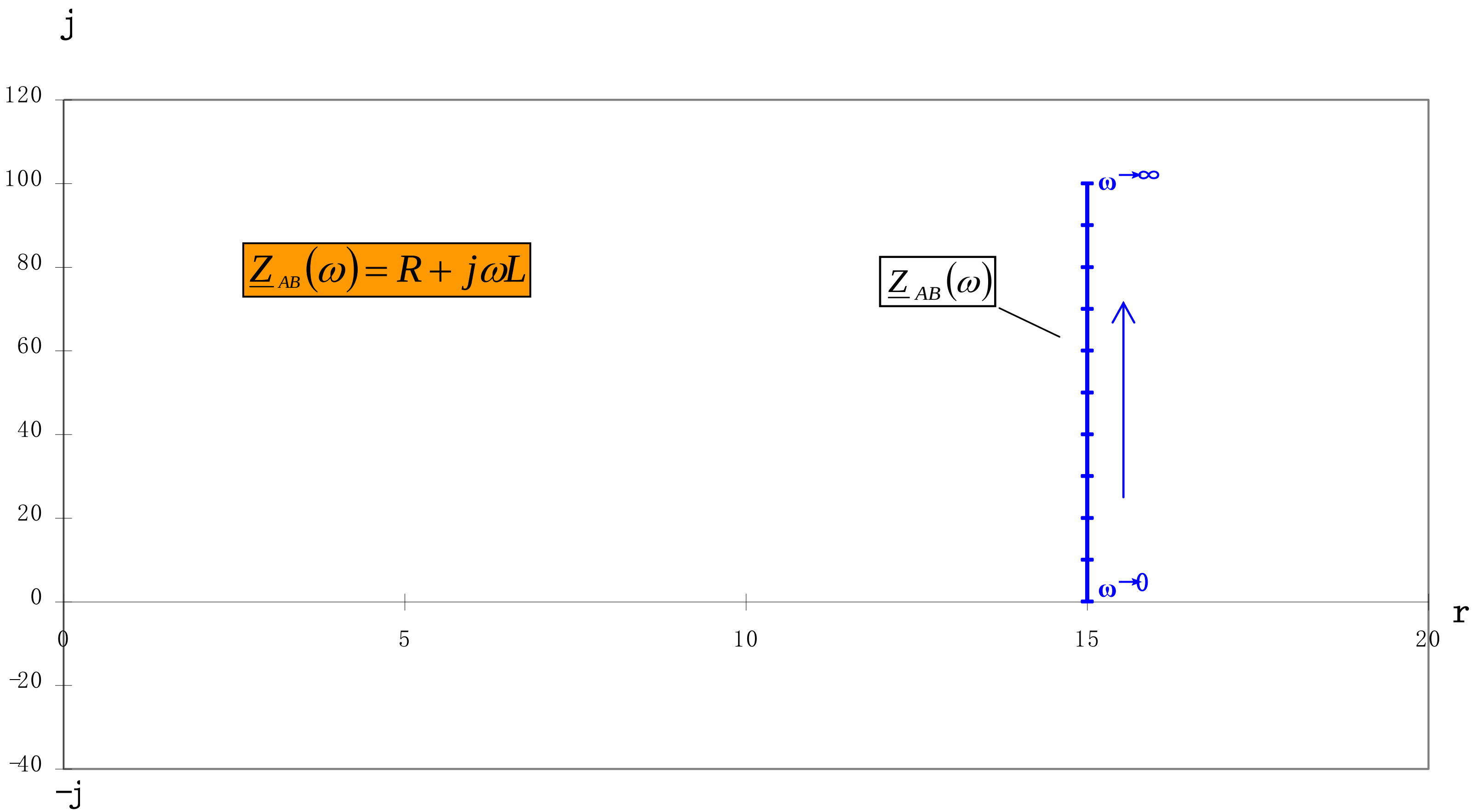
P- Form: $\underline{A(p)} = A(p) \cdot e^{j\varphi(p)} = A(p)\angle\varphi(p)$

Beispiel: Ortskurve für $\underline{Z}(\omega)$ einer Reihenschaltung von R und L

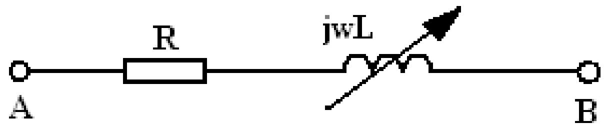
R=15Ω , L = 1mH, $\omega = 0 \ldots \infty$



Darstellung in der R- Form

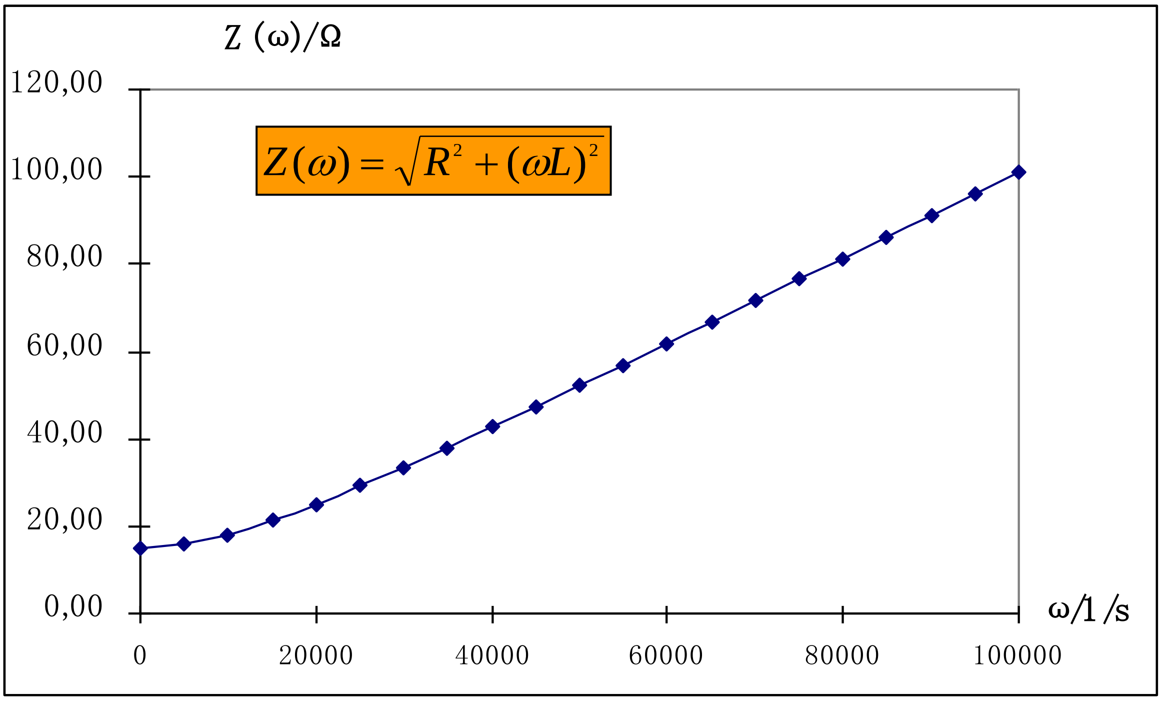


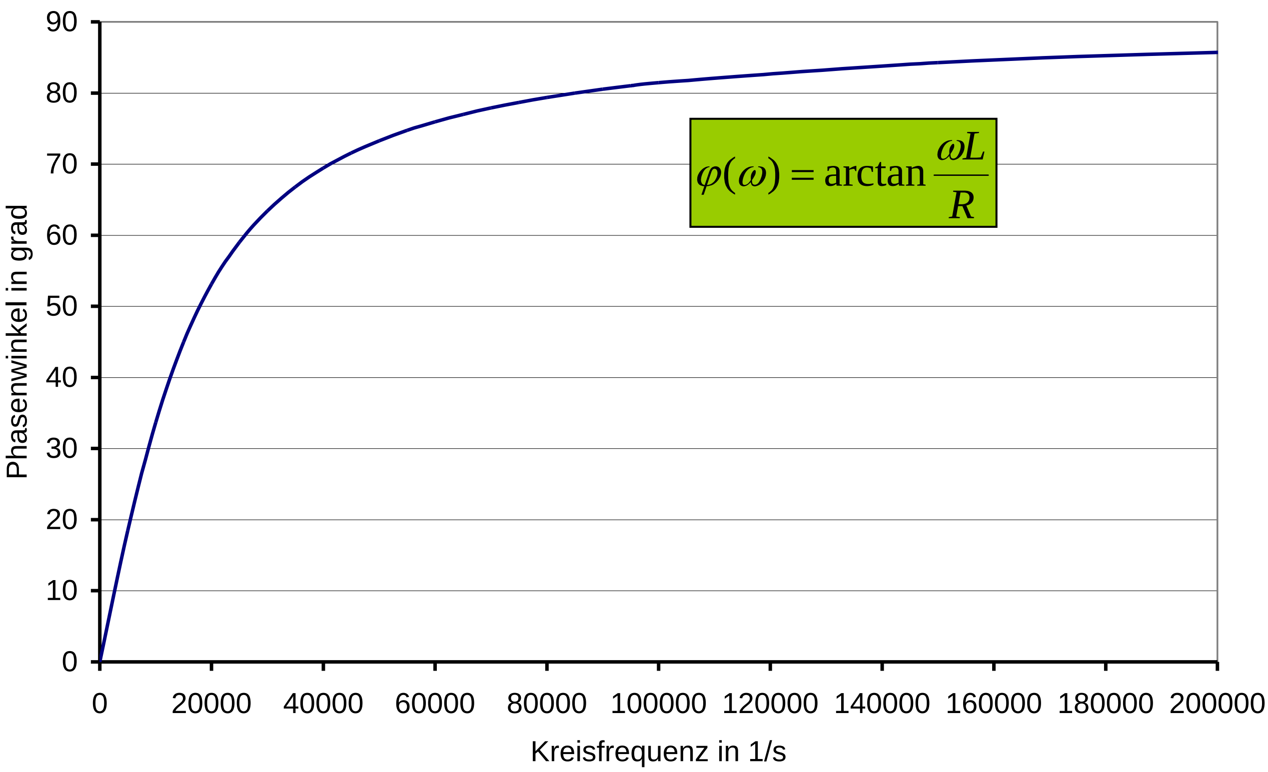
Beispiel: Ortskurve für $\underrightarrow{Z(\omega)}$



R=15Ω , L = 1mH, $\omega = 0 \ldots \infty$

Darstellung in P-Form: $\underline{Z}_{AB}(\omega) = Z(\omega)\angle\varphi(\omega)$





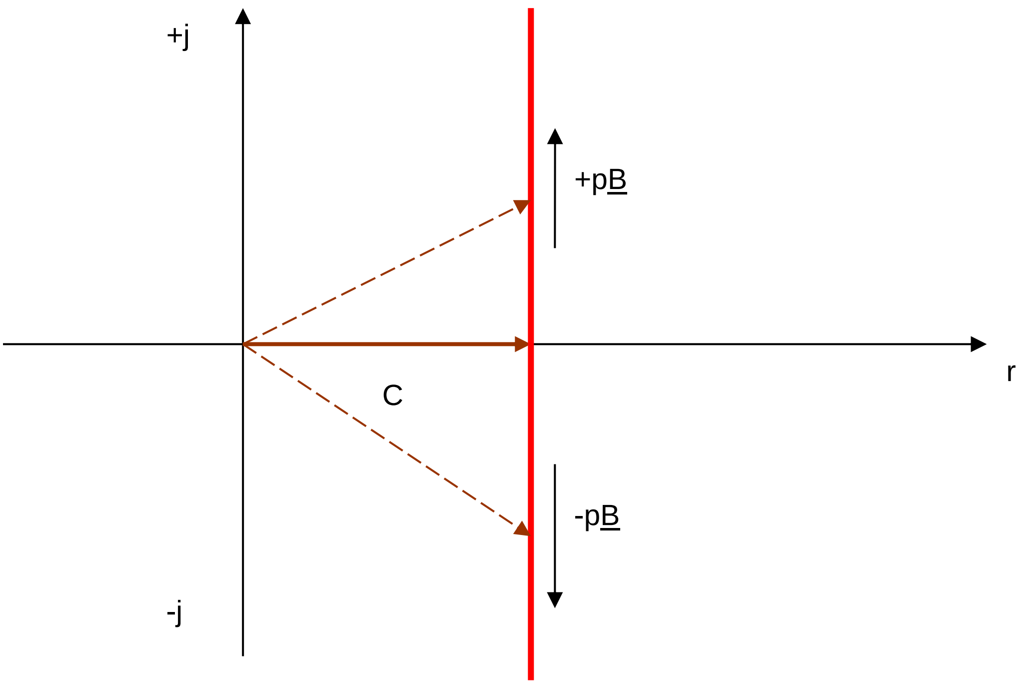
Wichtige Grundformen von Ortskurven

Geraden nicht durch den Nullpunkt

allgemein: $\underline{A(p)} = \underline{C} \pm p\underline{B}$

speziell: $\underline{A(p)} = C \pm jpB$ *(Gerade in **zwei** Quadranten)*

$\underline{A(p)} = C + jpB$ *(Gerade in **einem** Quadranten)*

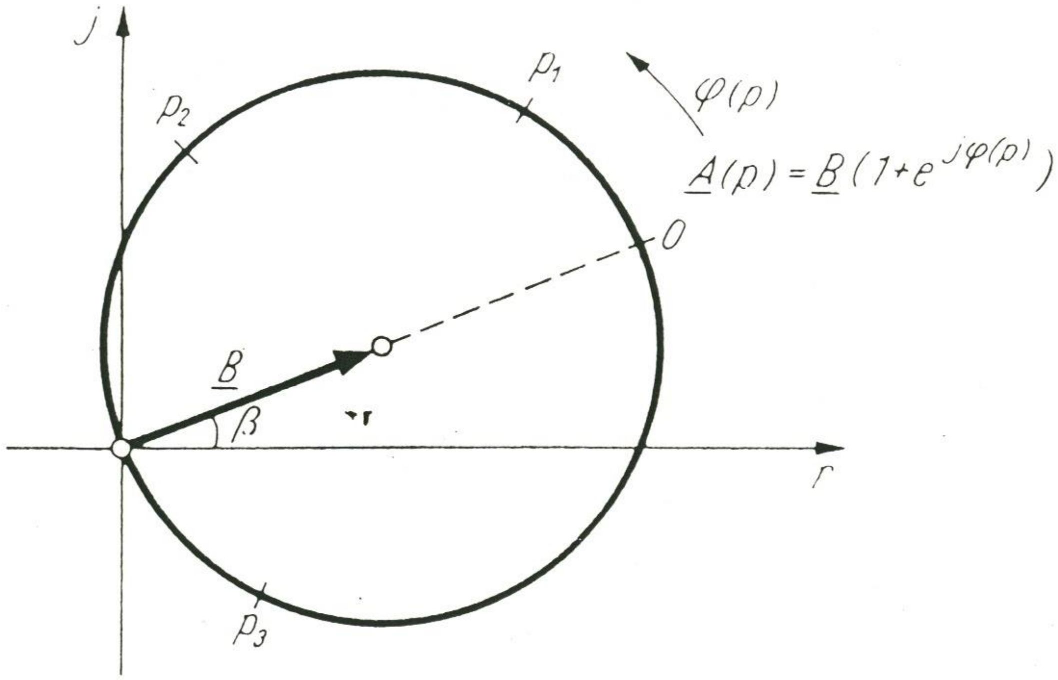


Beispiel *(Gerade in zwei Quadranten)*: Reihenresonanzkreis

$$\underline{Z(\omega)} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

Wichtige Grundformen von Ortskurven

Kreis durch den Mittelpunkt



spezieller Fall:

B – rein reelle Größe → Kreis symmetrisch um reelle Achse

Ortkurvenfunktion kann auch ein Halbkreis sein

Es gilt außerdem folgender Zusammenhang

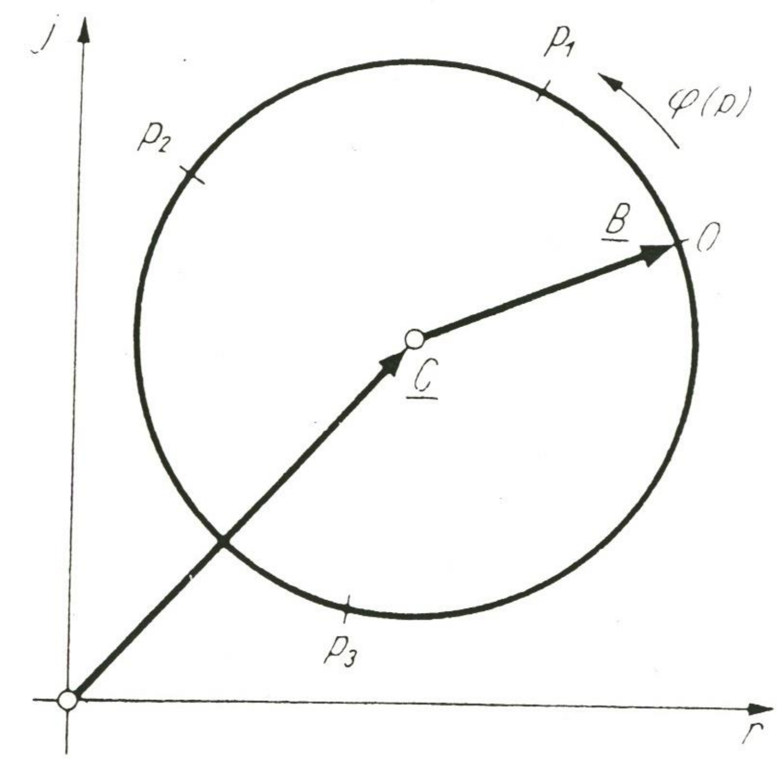
$$\underline{A}(p) = \underline{B}(1+e^{j\varphi(p)}) = \frac{1}{\underline{C}+p\underline{B}}$$

(Kreis entsteht durch Inversion einer Geradenfunktion)

Beispiel: Parallelresonanzkreis: $\underline{Z}(\omega) = \dfrac{1}{\dfrac{1}{R} + j(\omega C - \dfrac{1}{\omega L})}$

Wichtige Grundformen von Ortskurven

Kreis nicht durch den Mittelpunkt



$$\underline{A(p)} = \underline{C} + \underline{B} \cdot e^{j\varphi(p)} = \underline{D} + \frac{1}{\underline{G} + p\underline{H}}$$

C > B *(Kreis schließt Mittelpunkt nicht ein)*;
C ≤ B *(Kreis schließt Mittelpunkt ein)*

spezieller Fall:

C - rein reelle Größe → ein aus dem Mittelpunkt verschobener symmetrischer Kreis

Beispiel:
Parallelresonanzkreis mit vorgeschaltetem Widerstand R

$$\underline{Z(\omega)} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})}$$

spezielle log. Darstellung von Ortskurven

Frequenzabhängigkeit komplexer Funktionen $\underline{A(\omega)}$

Bodediagramme

bezogene Frequenz $\frac{\omega}{\omega_o} = \Omega \rightarrow \underline{A} = f(\Omega)$

Skalierung des Betrages A in Dezibel (dB)

<u>Definitionen:</u> Leistungsgrößen (P): $A[dB] = 10\lg\frac{P_1}{P_2}$

Feldgrößen (U, I): $A[dB] = 20\lg\frac{U_1}{U_2}$

<u>Beispiel:</u> RC-Tiefpass mit Bezugsfrequenz $\omega_o = \frac{1}{RC}$

Übertragungsfunktion $\underline{H}(\frac{\omega}{\omega_o}) = \underline{H}(\Omega) = \frac{1}{1+j\Omega} = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e}$

mit $H(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}}$ - *Amplituden-Frequenzgang*

und $\varphi(\Omega) = -\arctan(\Omega)$ - *Phasen-Frequenzgang*

$$H(\Omega)[dB] = 20\lg\frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} = 20\left[\lg 1 - \frac{1}{2}\lg(1+\Omega^2)\right]$$

$\rightarrow$ $H(\Omega)[dB] = -10\lg(1+\Omega^2)$

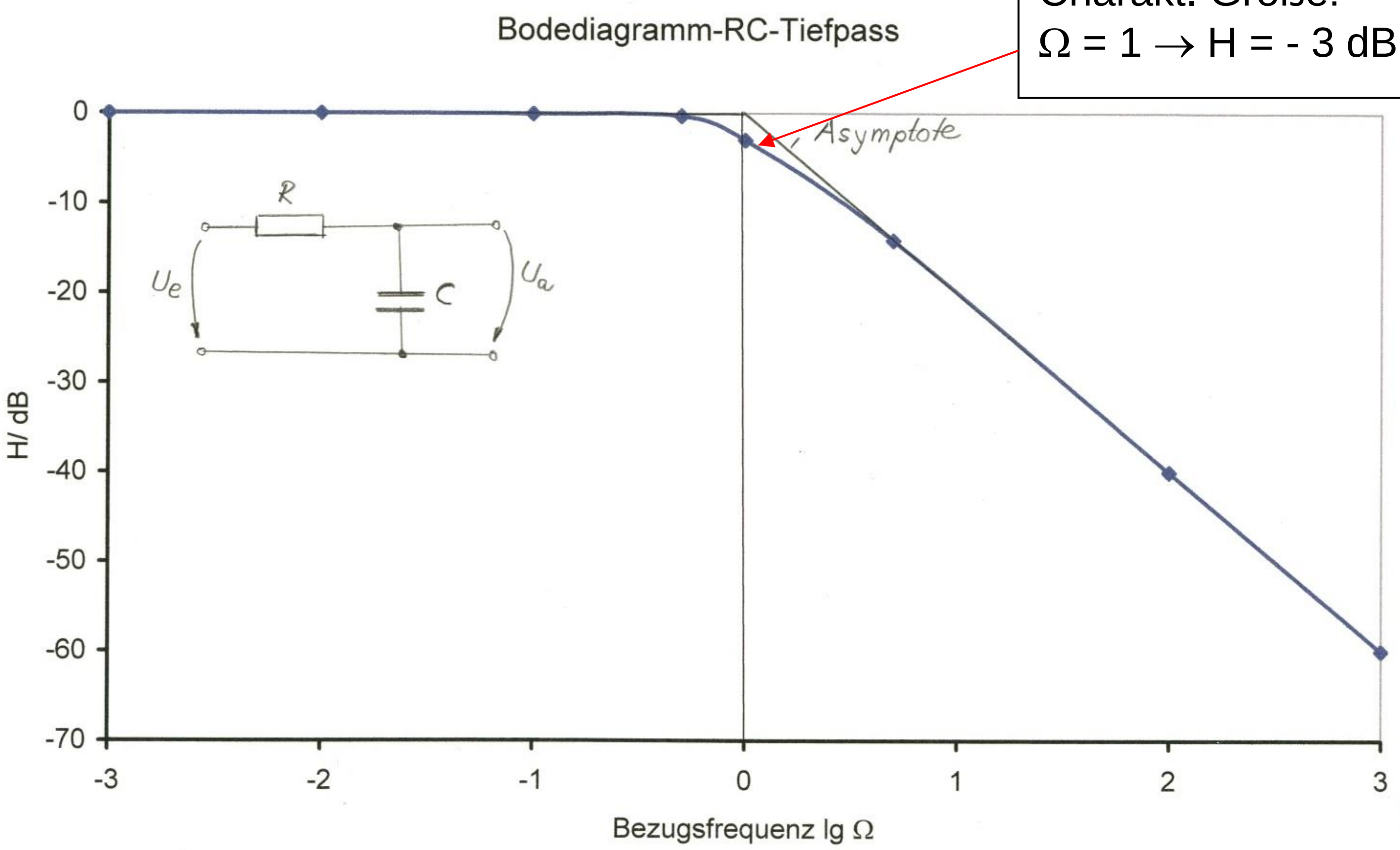
für $\Omega > 10$ gilt $H(\Omega)[dB] \approx -10\lg\Omega^2 = -20\lg\Omega$

für $\Omega < 0{,}1$ gilt $H(\Omega)[dB] \approx 0$

im log. Maßstab kann das Bodediagramm durch Geraden (Asymptoten) angenähert werden.

Bodediagramm - RC-Tiefpass $H(\Omega)[dB] = -10\lg(1+\Omega^2)$

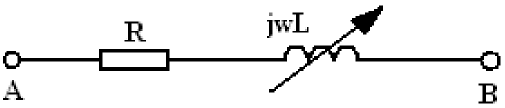
Charakt. Größe:
$\Omega = 1 \rightarrow H = -3$ dB



Inversion einer Ortskurve die nicht durch den Nullpunkt geht

$\rightarrow$

Beispiel: $\underline{Z}(\omega)$ einer Reihenschaltung von R und L invertieren in $\underline{Y}(\omega)$



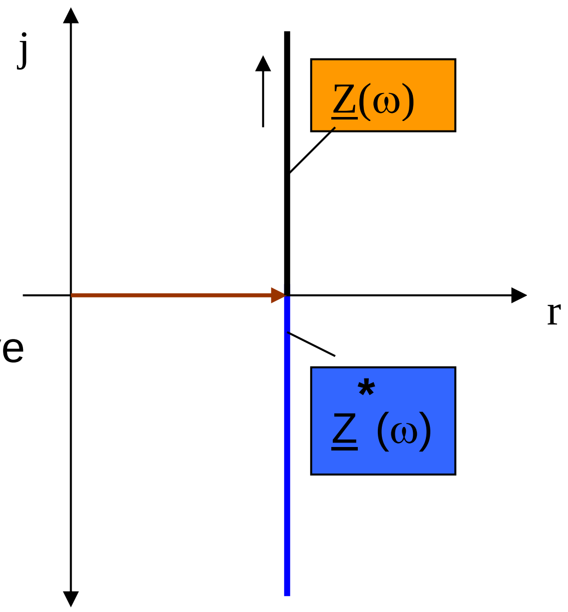
$$\boxed{\underline{Z}_{AB}(\omega) = R + j\omega L} \rightarrow$$

$$\boxed{\underline{Y}(\omega) = \frac{1}{\underline{Z}(\omega)} = \frac{1}{R + j\omega L}}$$

Prinzipielle Vorgehensweise:

① Ortskurve $\underline{Z}(\omega)$ zeichnen

② konjugiert komplexe Ortskurve $\overset{*}{\underline{Z}}(\omega)$ zeichnen



③ Halbkreis im Quadranten von $\overset{*}{\underline{Z}}(\omega)$ durch den Mittelpunkt zeichnen

Wahl des Halbkreismittelpunktes M legt den Maßstab für Y(ω) fest