

Berechnungsalgorithmus für die Kapazität „einfacher“ Elektrodenanordnungen

$$Q \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow \varphi_A \rightarrow U_{AB} \rightarrow C$$

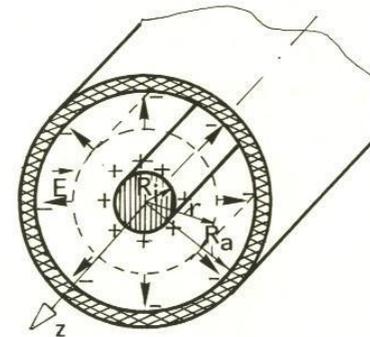
$$D = \frac{dQ}{dA_{\perp}} \rightarrow E = \frac{D}{\varepsilon} \rightarrow \varphi_A = \int_A^0 \vec{E} \cdot d\vec{s} \rightarrow U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \rightarrow C = \frac{Q}{U_{AB}}$$

Geschlossene Berechnung nur für symmetrische Kugel- und Zylinderfelder möglich

Beispiel: koaxiale Zylinderanordnung

$$D = \frac{dQ}{dA_{\perp}} = \frac{Q}{A_{\perp}} = \frac{Q}{2\pi r l} \rightarrow E = \frac{Q}{2\pi l \varepsilon} \cdot \frac{1}{r}$$

$$U = \frac{Q}{2\pi l \varepsilon} \int_{r_i}^{r_a} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi l \varepsilon} \cdot \ln \frac{r_a}{r_i} \rightarrow C = \frac{2\pi l \varepsilon}{\ln \frac{r_a}{r_i}}$$



Berechnung von Zylinder- und Kugelkondensatoren mit geschichtetem Dielektrikum möglich ($\varepsilon_1; \varepsilon_2$)

Weiteres geschlossenes Berechnungsverfahren für elektrostatische Felder auf Basis von:

Potenzial- und Feldstärkeüberlagerungen

Grundaussage:

Sind in einem Feldraum mehrere Ladungen ($Q_1; Q_2; Q_3, \dots$) vorhanden, so stellt sich das elektrostatische Feld aus der Gesamtwirkung der Ladungen ein (*Superpositionsprinzip*).

Vorgehensweise:

Potenzial jeder Ladung in einem Feldpunkt P ($x; y; z$) berechnen $\rightarrow \varphi_{P1}; \varphi_{P2}; \varphi_{P3}, \dots$

z.B. Potenzial einer Punktladung (frei im Raum): $\varphi_{P1} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{r}$

skalare (betragsmäßige) Überlagerung der Potenziale in dem betreffenden Feldpunkt: $\varphi_P(x,y,z) = \varphi_{P1} + \varphi_{P2} + \varphi_{P3} + \dots$

Ermittlung der zunächst unbekanntenen Ladungen Q aus den Randbedingungen (Elektrodenpotenziale, Spannungen)

Berechnung des Potentialfeldes $\varphi(x,y,z)$,
Berechnung der Feldstärkeverteilung über Differenziation

$$\vec{E}_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \quad \vec{E}_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \quad \vec{E}_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z} \rightarrow E_P = \sqrt{E_{px}^2 + E_{py}^2 + E_{pz}^2}$$

Berechnung der Kapazität $C = \frac{Q}{U}$ zwischen definierten

Elektroden über Potenziale $\varphi(x,y,z)$ und Randbedingungen der Elektroden