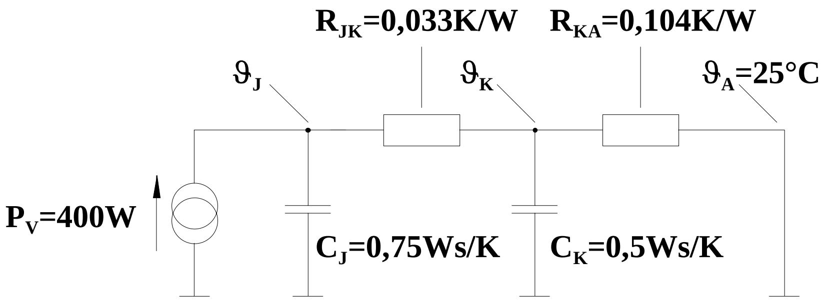
Demonstrationsaufgabe - Zeitlicher Verlauf der Erwärmung eines Leistungshalbleiters



$$P_V(t) = \frac{\vartheta_J(t) - \vartheta_A}{Z(p)}$$

$$Z(p) = \frac{1}{pC_J} \parallel (R_{JK} + \frac{1}{pC_K} \parallel R_{KA}) = \frac{1}{pC_J} \parallel (R_{JK} + \frac{1/pC_K R_{KA}}{1/pC_K + R_{KA}}) = \frac{1}{pC_J} \parallel (R_{JK} + \frac{R_{KA}}{1 + pC_K R_{KA}})$$

$$= \frac{1}{pC_J} \parallel \frac{(R_{JK} + R_{KA}) + pC_K R_{JK} R_{KA}}{1 + pC_K R_{KA}} = \frac{\frac{1}{pC_J} \frac{(R_{JK} + R_{KA}) + pC_K R_{JK} R_{KA}}{1 + pC_K R_{KA}}}{\frac{1}{pC_J} + \frac{(R_{JK} + R_{KA}) + pC_K R_{JK} R_{KA}}{1 + pC_K R_{KA}}}$$

$$= \frac{\frac{(R_{JK} + R_{KA}) + pC_K R_{JK} R_{KA}}{pC_J (1 + pC_K R_{KA})}}{\frac{1 + pC_K R_{KA} + pC_J (R_{JK} + R_{KA}) + p^2 C_J C_K R_{JK} R_{KA}}{pC_J (1 + pC_K R_{KA})}}$$

$$= (R_{JK} + R_{KA}) \frac{1 + pC_K \frac{R_{JK} R_{KA}}{R_{JK} + R_{KA}}}{1 + p(C_K R_{KA} + C_J (R_{JK} + R_{KA})) + p^2 C_J C_K R_{JK} R_{KA}}$$

$$= 0{,}137 \frac{K}{W} \frac{1 + p0{,}0125s}{1 + p0{,}155s + p^2 0{,}00129s^2}$$

Laplace-Transformierte der Anregungsfunktion: $\frac{1}{p} P_{VO}$

$$\vartheta_J(p) = \frac{P_{VO}}{p} Z(p) + \vartheta_A$$

$$= 400W \cdot 0{,}137 \frac{°C}{W} \frac{1 + p0{,}0125s}{p(1 + p0{,}155s + p^2 0{,}00129s^2)} + 25°C$$

$$= 79{,}8°C \frac{1 + p0{,}0125s}{p(1 + p0{,}155s + p^2 0{,}00129s^2)} = 79{,}8°C \frac{1 + pa}{p(1 + p\alpha + p^2 \beta^2)}$$

Partialbruchzerlegung der Übertragungsfunktion des Wärmewiderstandes

$$Z(p) = 0{,}137\frac{K}{W}\frac{1+p0{,}0125s}{1+p0{,}155s+p^2 0{,}00129s^2} = 106{,}2\frac{K}{Ws^2}\frac{1+p0{,}0125s}{775{,}2s^{-2}+p120{,}2s^{-1}+p^2}$$

Bestimmung der Nullstelle des Nennerpolynoms

$$0 = p^2 + p120{,}2s^{-1} + 775{,}2s^{-2}$$

$$p_{1/2} = -60{,}1s^{-1} \pm \sqrt{3609{,}2s^{-2} - 775{,}2s^{-2}} = -60{,}1s^{-1} \pm 53{,}24s^{-1}$$

$$p_1 = -113{,}34s^{-1} \qquad p_1 = -6{,}84s^{-1}$$

$$Z(p) = 106{,}2\frac{K}{Ws^2}\frac{1+p0{,}0125s}{(p+113{,}34s^{-1})(p+p6{,}842s^{-1})}$$

Durchführung der Partialbruchzerlegung

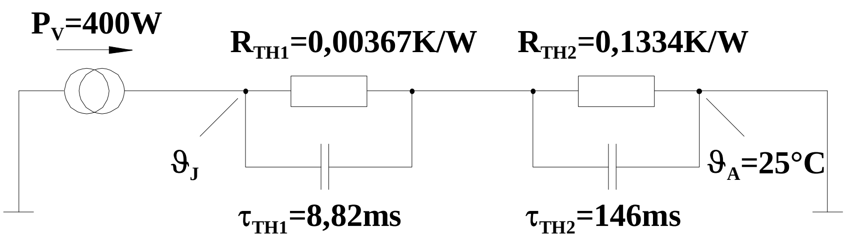
$$1+p0{,}0125s = A(p+6{,}842s^{-1}) + B(p+113{,}34s^{-1})$$

$$1)\quad p = -6{,}842s^{-1} \quad\Rightarrow\quad 0{,}9145 = B\cdot 106{,}5s^{-1} \quad\Rightarrow\quad B = 0{,}00859s$$

$$2)\quad p = -113{,}34s^{-1} \quad\Rightarrow\quad -0{,}417 = A(-106{,}5s^{-1}) \quad\Rightarrow\quad A = 0{,}00392s$$

$$Z(p) = 106{,}2\frac{K}{Ws^2}\left(\frac{0{,}00392s}{p+113{,}34s^{-1}} + \frac{0{,}00859s}{p+p6{,}842s^{-1}}\right) = \frac{0{,}00367K/W}{1+p0{,}00882s} + \frac{0{,}1334K/W}{1+p0{,}146s}$$

$$\frac{0{,}00367K/W}{1+p0{,}00882s} + \frac{0{,}1334K/W}{1+p0{,}146s} = \frac{R_{TH1}}{1+p\tau_{TH1}} + \frac{R_{TH2}}{1+p\tau_{TH2}}$$



$$\vartheta_J(t) = P_{V0}L^{-1}\big(Z(p)\big) + \vartheta_A$$

$$= 400W\left(0{,}00376\frac{K}{W}(1-\exp\frac{-t}{8{,}82ms}) + 0{,}1334\frac{K}{W}(1-\exp\frac{-t}{146ms})\right) + 25°C$$

$$= 1{,}468°C(1-\exp\frac{-t}{8{,}82ms}) + 53{,}36°C(1-\exp\frac{-t}{146ms}) + 25°C$$

Hinweis: Die hier mithilfe der Partialbruchzerlegung ermittelte Übertragungsfunktion des Wärmewiderstandes im Laplace-Bereich führt recht schnell zu einem Ergebnis, da die Laplace-Rücktransformation sehr einfach ist. Die hier verwendeten Wärmewiderstände und Wärmekapazitäten sind reine Rechengrößen und entsprechen nicht den Werten, die sich durch die geometrischen Abmessungen und spezifischen Stoffeigenschaften des Halbleiters ergeben!

Zeitlicher Verlauf der Temperatur des Leistungshalbleiters