Demonstrationsaufgabe zur Oberschwingungsanalyse des Netzstromes einer M3-Schaltung

Gegeben ist eine M3-Schaltung am dreiphasigen Drehstromnetz entsprechend Abb.1, die über einen Drehstromtransformator gespeist wird, das Übersetzungsverhältnis des Transformators soll ü = 1 sein.

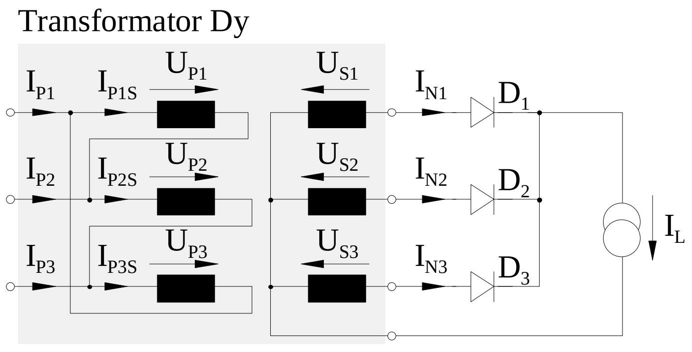

Abb. 1: Trafogespeiste M3-Schaltung

1. **Es ist der qualitative Verlauf der Speiseströme I_{N1}, I_{N2} und I_{N3} der M3-Schaltung, der sekundärseitigen Strangströme I_{P1S}, I_{P2S} und I_{P3S} und der primärseitigen Leiterströme I_{P1}, I_{P2} und I_{P3} bei Annahme eines vollständig geglätteten Gleichstromes I_L zu konstruieren.**

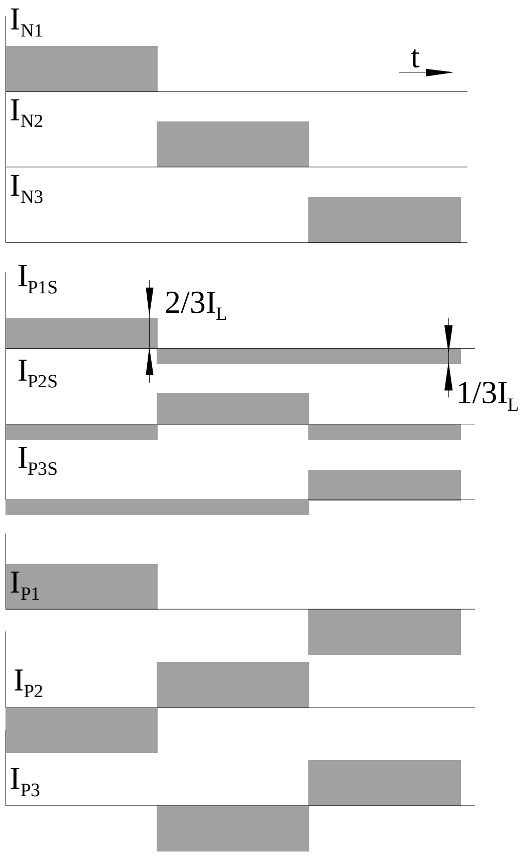

Abb.2: Strömverläufe

Der sekundärseitige Strom des Transformators besitzt einen Gleichanteil und eine Stromführungsdauer von $\pi/3$. Primärseitig kann der Transformator keinen Gleichanteil im Strom tragen, da dieser induktiv nicht übertragen werden kann, so dass der Mittelwert des Strangstromes Null ist. Hin zur Primärseite gibt es also eine Verschiebung in der Art, dass der Mittelwert verschwindet, vgl. Abb. 2. Der Leiterstrom ergibt sich entsprechend der nachfolgenden Gleichungen aus der Differenz zweier Strangströme:

$$\mathbf{I_{P1}} = \mathbf{I_{P1S}} - \mathbf{I_{P3S}},$$
$$\mathbf{I_{P2}} = \mathbf{I_{P2S}} - \mathbf{I_{P1S}},$$
$$\mathbf{I_{P3}} = \mathbf{I_{P3S}} - \mathbf{I_{P2S}}.$$

2. Es ist eine Oberschwingungsanalyse des primärseitigen Leiterstromes des Transformators durchzuführen.

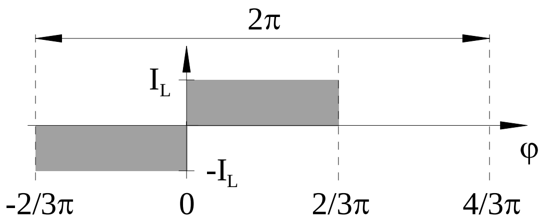

Abb.3: Lage des Koordinatensystems

Wird für die Fourier-Analyse das Koordinatensystem entsprechend Abb. 3 angeordnet, so ergibt sich eine ungerade Funktion ($a_\nu = 0$ mit $\nu = 0,1,2,3,...$), die nur im Intervall $-2/3\pi ... 0$ und im Intervall $0 ... 2/3\pi$ einen Beitrag zum Effektivwert liefert. Eine andere Anordnung des Koordinatensystems ist möglich, unter Umständen auch in der Art, dass sich eine gerade Funktion ergibt. Eine Fourier-Transformation liefert die folgenden Ergebnisse wobei das Fourier-Integral in zwei teilintegrale unterteilt wird:

$$\mathbf{a_\nu = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\varphi)\cos\nu\varphi \; d\varphi = 0 \quad \nu = 1,2,3,...}$$

$$\mathbf{b_\nu = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\varphi)\sin\nu\varphi \; d\varphi \quad \nu = 1,2,3,...}$$

$$\mathbf{b_\nu = \frac{1}{\pi}\left(\int_{-2\pi/3}^{0} -I_L \sin\nu\varphi \; d\varphi + \int_0^{2\pi/3} I_L \sin\nu\varphi \; d\varphi\right) = \frac{I_L}{\nu\pi}\left(\cos\nu\varphi\Big|_{-2\pi/3}^{0} - \cos\nu\varphi\Big|_0^{2\pi/3}\right)}$$

$$\mathbf{= \frac{I_L}{\nu\pi}\left(1-\cos(-\nu\frac{2\pi}{3}) - \cos(\nu\frac{2\pi}{3}) + 1\right) = \frac{2I_L}{\nu\pi}\left(1-\cos\frac{2\pi}{3}\right)}$$

$$\mathbf{\nu = 1 \quad b_1 = \frac{2I_L}{\pi}(1+0.5) = \frac{3I_L}{\pi}}$$

$$\mathbf{\nu = 2 \quad b_2 = \frac{2I_L}{2\pi}(1+0.5) = \frac{3I_L}{2\pi}}$$

$$\mathbf{\nu = 3 \quad b_3 = \frac{2I_L}{3\pi}(1-1) = 0}$$

$$\mathbf{\nu = 4 \quad b_4 = \frac{2I_L}{4\pi}(1+0.5) = \frac{3I_L}{\pi}}$$

$$\mathbf{\nu = 5 \quad b_5 = \frac{2I_L}{5\pi}(1+0.5) = \frac{3I_L}{2\pi}}$$

...

$$\mathbf{b_\nu = \frac{3I_L}{\nu\pi} \quad \text{für } \nu = 1,2,4,5,7,8,...}$$

Durch 3 teilbaren Oberschwingungen treten nicht auf. Die Amplitude der anderen Stromoberschwingungen ist umgekehrt proportional der Ordnungszahl der Oberschwingung. Eine graphische Darstellung des Frequenzspektrums zeigt Abb.4. Dabei ist die Amplitude der Oberschwingung $I_{1\nu}$ mit der Ordnungszahl ν auf die Amplitude der Grundschwingung I_{11} bezogen und über der Ordnungszahl ν aufgetragen.

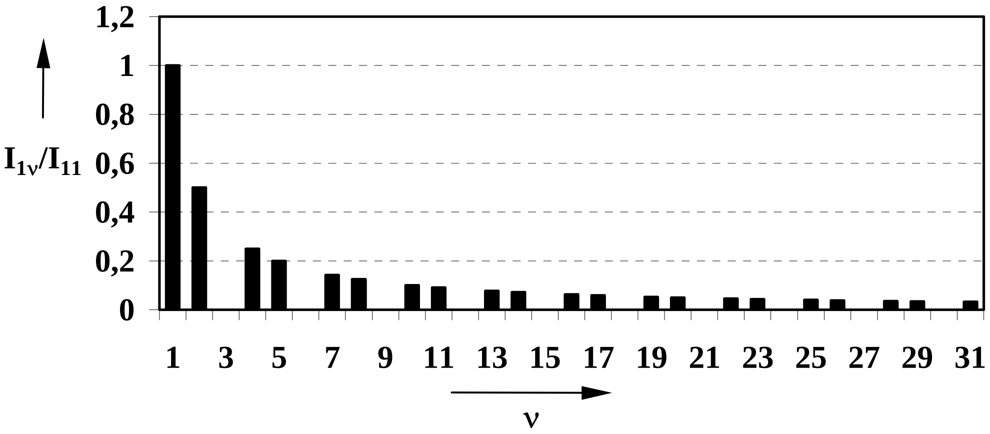

Abb. 4: Oberschwingungsspektrum des Netzstromes

Wird die Amplitude oder der Effektivwert der Oberschwingung mit der Ordnungszahl ν auf die Amplitude oder den Effektivwert der Grundschwingung bezogen, so ergibt sich für das Verhältnis eine umgekehrte Proportionalität zur Ordnungszahl ν und für die die Effektivwerte:

$$\frac{\mathbf{I_{1\nu EFF}}}{\mathbf{I_{11EFF}}} = \frac{\mathbf{1}}{\nu}.$$

3. Es sind der Effektivwert des Netzstromes sowie der Klirrfaktor und der Grundschwingungsgehalt zu ermitteln.

Der Effektivwert der Oberschwingung ergibt sich durch Multiplikation des Spitzenwertes mit dem Faktor $1/\sqrt{\mathbf{2}}$. Bezogen auf den Gleichstrom I_L des Stellers ergibt sich:

$$\frac{\mathbf{I_{1\nu EFF}}}{\mathbf{I_L}} = \frac{\mathbf{3}}{\sqrt{\mathbf{2}}\pi\nu}.$$

Der Effektivwert des oberschwingungsbehafteten Stromes ergibt sich aus der geometrischen Addition der Effektivwerte der Grundschwingung und aller Oberschwingungen. Es ergibt sich für den Effektivwert I_{1EFF}, der auf den Effektivwert der Grundschwingung I_{11EFF} bezogen ist nachfolgende Formel:

$$\frac{\mathbf{I_{1EFF}}}{\mathbf{I_{11EFF}}} = \sqrt{\mathbf{1} + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{7}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}}\right)^2 + \ldots} = \sqrt{\mathbf{1} + \sum \frac{\mathbf{1}}{\nu^2}} \qquad \nu = \mathbf{2,4,5,7,8,\ldots}.$$

Der Klirrfaktor k ergibt sich aus dem Verhältnis der geometrischen Summe der Oberschwingungseffektivwerte zum Grundschwingungseffektivwert zu:

$$.\,\mathbf{k} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{7}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}}\right)^2 + \ldots}}{\mathbf{1}} = \sqrt{\sum \frac{\mathbf{1}}{\nu^2}} = \mathbf{0{,}679 = 69{,}7\%} \qquad \nu = \mathbf{2,4,5,7,8\ldots}$$

Das Verhältnis des Effektivwert der Grundschwingung zum Effektivwert der oberschwingungsbehafteten Größe ist deren Grundschwingungsgehalt g.

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{1} + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{7}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}}\right)^2 + \ldots}} = \mathbf{0{,}827} = \mathbf{82{,}7\%} \quad \nu = \mathbf{2{,}4{,}5{,}7{,}8\ldots}$$

4. Der zeitlicher Verlauf des Netzstromes in einer Phase ist durch eine Überlagerung von Grundschwingung und Harmonischen bis zur Ordnungszahl ν=31 darzustellen. Dabei ist ein Rechenprogramm zu Hilfe zu nehmen.

Mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms werden die Verläufe in Abb. 5 ermittelt:

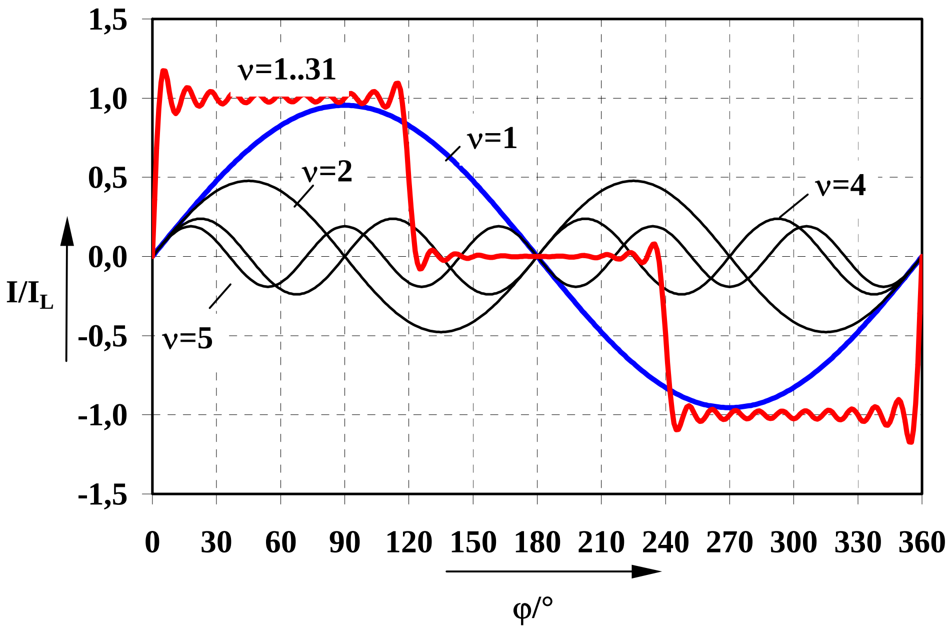

Abb. 5: Schwingungsüberlagerung bis ν=31

5 Bewerten Sie die Oberschwingungen im Netzstrom bezüglich des technischen Einsatzes der M3-Schaltung, insbesondere des Transformators und in Hinblick auf die Netzbeanspruchung.

Bei einer M3-Schaltung besitzen die Netzströme einen hohen Oberschwingungsgehalt. Bei anderen Gleichrichtern existieren hier günstigere Werte. Nachteilig ist auch, dass der sekundärseitige Strom des Transformators einen Gleichanteil besitzt, der zu einer Gleichmagnetisierung führt. Damit sinkt der Ausnutzungsgrad des Trafos. Zwischen der Spannung und der Grundschwingung des Stromes existiert keine Phasenverschiebung. Dennoch wird Blinleistung aus dem Netz aufgenommen - Verzerrungsblindleistung. Diese Blindleistung muss bei der Dimensionierung des Transformators berücksichtigt werden. Die Bauleitung des Transformators ist wegen dieser Verzerrungsblindleistung größer als die lastseitig abgenommene Bauleistung. Das Netz wird mit Oberschwingungsströmen belastet, die nur recht langsam mit wachsender Ordnungszahl abklingen.